

文章编号: 1003-7837(2006)03-0206-03

# 对疲劳极限线图的理论分析\*

吕文阁, 李 劲, 骆少明

(广东工业大学机电工程学院, 广东 广州 510090)

**摘 要:** 应用裂纹位错理论, 建立了一个循环应力下疲劳短裂纹连续分布位错模型, 通过对疲劳短裂纹损伤区与晶界之间的交互作用分析, 确定了一种新形式的疲劳极限线图。

**关键词:** 疲劳短裂纹; 位错模型; 疲劳极限线图

**中图分类号:** O346 **文献标识码:** A

平均应力影响材料的疲劳强度和构件的疲劳寿命。在疲劳强度设计中, 通常用疲劳极限线图来考虑平均应力的效应。常用的疲劳极限线图有 Goodman, Gerber, Soderberg 和 Morrow 曲线<sup>[1]</sup>, 如图 1 所示。疲劳极限线图都是根据试验结果回归获得的。由于有色金属质地较软, 对平均应力很敏感, 已有的疲劳极限线图往往低估了平均应力的影响, 这一点已被 LC9 铝合金的疲劳试验结果所证实, 见图 2<sup>[2]</sup>。

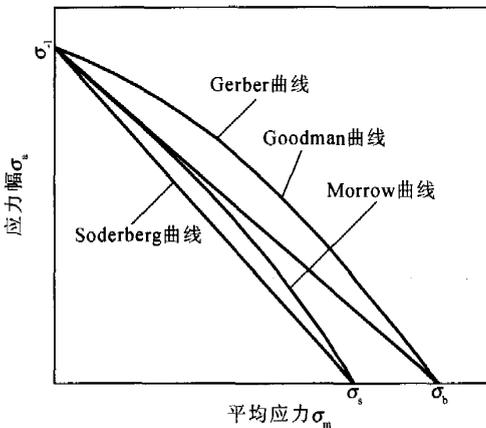


图 1 工程中常用的疲劳极限线图

Fig. 1 The common contour of fatigue limits in engineering

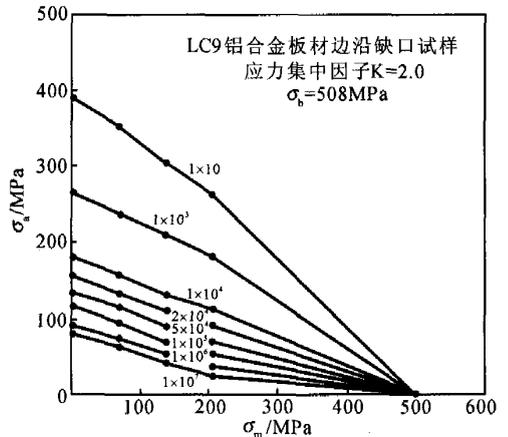


图 2 疲劳极限线图实验数据

Fig. 2 Experimental data of contour of fatigue limits

本文建立了一个平均应力下疲劳短裂纹位错模型, 通过对循环过程中疲劳短裂纹损伤区与晶界的交互作用分析, 确定了一个双曲线形式的疲劳极限线图。

## 1 疲劳短裂纹位错模型

考虑无限大、各向同性的含裂纹弹性介质, 在介质无穷远处作用着均匀循环应力  $\sigma$ 。当循环应力  $\sigma$  达到最大值  $\sigma_{\max}$  时, 相应的循环应力的最大剪切分量  $\tau$  也达到最大值  $\tau_{\max}$ , 此时疲劳短裂纹损伤区的位错

收稿日期: 2006-01-11

\* 基金项目: 广东省自然科学基金(04105381); 广东省自然科学基金(05111844)

作者简介: 吕文阁(1966-), 男, 副教授, 博士。

将达到一平衡状态,此时位错分布  $f_1(x)$  为<sup>[3-5]</sup>:

$$f_1(x) = \frac{\tau_i}{\pi^2 A} \left[ \operatorname{arch} \left( \left| \frac{c_E^2 - ax}{c_1(a-x)} \right| \right) - \operatorname{arch} \left( \left| \frac{c_E^2 + ax}{c_1(a+x)} \right| \right) \right] + \frac{\tau_i}{\pi^2 A} \left[ 2 \arcsin \left( \frac{a}{c_1} \right) + \pi \left( \frac{\tau_{\max}}{\tau_i} - 1 \right) \right] \frac{x}{\sqrt{c_E^2 - x^2}} \quad (1)$$

式(1)中,  $a$  是疲劳短裂纹的半长,  $c_1$  是最大应力时疲劳短裂纹损伤区的半长,  $\tau_i$  是塑性区内位错滑移的摩擦阻力,  $\tau_{\max}$  是远场应力  $\sigma_{\max}$  的最大剪切分量. 图 3 显示了由式(1)所确定的  $\frac{\pi^2 A f_1(x)}{\tau_i}$  与  $\frac{x}{c_1}$  的关系.

同理,也可求出当远场应力降至最小时的疲劳短裂纹损伤区位错分布.

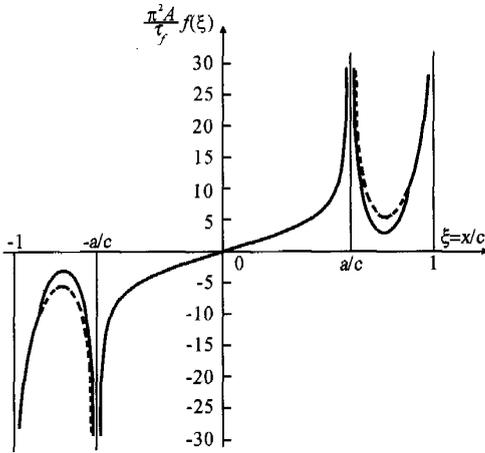


图 3 最大应力和卸载时疲劳短裂纹损伤区位错分布  
Fig.3 Short fatigue crack damage zone dislocation distribution when maximum stress and offload

### 2 疲劳短裂纹损伤区域晶界作用分析

当远场应力为最大时,裂纹前方  $x$  位置的应力为

$$\tau_{\max}(x) = \tau_{\max} \frac{x}{\sqrt{x^2 - c_E^2}} \quad (2)$$

同理,当远场应力最小时,裂纹顶端塑性区前方  $x$  位置的应力为

$$\tau_{\min}(x) = \tau_{\max} \frac{x}{\sqrt{x^2 - c_E^2}} - (\tau_{\max} - \tau_{\min}) \frac{2x}{\sqrt{x^2 - c_E^2}} \quad (3)$$

式中的  $\tau_{\min}$  是远场应力为最小值  $\sigma_{\min}$  时的最大剪切

分量. 由于塑性区的端点总是位于接近晶界处, 所以有如下关系

$$x = \frac{id}{2} + r_0, \quad c_1 \approx c_2 \approx c = \frac{id}{2} - l_i \quad (4)$$

其中,  $r_0$  为位错源特征位置尺寸,  $l_i$  为裂纹塑性区顶端与晶界的距离. 当裂纹顶端接近晶界时, 则有

$$\tau_{\max}(x) \approx \tau_{\max} \sqrt{\frac{id}{4(r_0 + l_i)}}, \quad (5)$$

$$\tau_{\min}(x) \approx (2\tau_{\min} - \tau_{\max}) \sqrt{\frac{id}{4(r_0 + l_i)}}, \quad (6)$$

当远场应力降为最小时,晶粒内的位错源远裂纹侧的反号刃型位错在外加应力的作用下滑移到晶粒的另一侧晶界,而近裂纹侧的位错在区间  $[x - r_0, x]$  内形成一个位错塞积群,位错塞积群的位错数目为<sup>[6]</sup>

$$n = \left\lfloor \frac{8}{\pi^2} \cdot \frac{r_0 \tau_{\min}(x)}{A} \right\rfloor \quad (7)$$

当远场重新加载后,由于最小应力时形成的位错塞积群的存在,循环最大应力时重新激活相邻晶粒的位错源所需的应力水平降低,循环最大应力应满足以下关系,

$$\tau_{\max}(x) + n\tau_{\max}(x) = M_{i+2} \tau_c \quad (8)$$

式中,  $M_{i+2}$  为第  $i+2$  个晶粒的取向因子,  $\tau_c$  为开动位错源所需的临界剪切应力.

将式(5), (6), (7)代入式(8)中,并令

$$B(i) = \frac{8r_0}{\pi^2 A} \sqrt{\frac{id}{4(r_0 + l_i)}}, \quad D(i) = M_{i+2} \tau_c \sqrt{\frac{4(r_0 + l_i)}{id}} \quad (9)$$

则有

$$\tau_{\max} [1 + B(i)(\tau_{\max} - 2\tau_{\min})] = D(i) \quad (10)$$

用远场应力  $\sigma_{\max}$  表示式(10),即为

$$\sigma_{\max} [1 + B(i)(\sigma_{\max} - 2\sigma_{\min})] = 2D(i) \quad (11)$$

当裂纹扩展到第  $i$  个晶粒时,突破晶界所需施加的远场应力  $\sigma_m(i)$  和应力幅  $\sigma_a(i)$  之间的关系为

$$-B(i)\sigma_m^2(i) + 2\sigma_m(i)\sigma_a(i) + 3B(i)\sigma_a^2(i) + \sigma_m(i) + \sigma_a(i) = 2D(i) \quad (12)$$

### 3 双曲线形式的疲劳极限线图

当  $i=1$  时,由式(12)可得

$$-B(1)\sigma_m^2(1) + 2\sigma_m(1)\sigma_a(1) + 3B(1)\sigma_a^2(1) + \sigma_m(1) + \sigma_a(1) = 2 \quad (13)$$

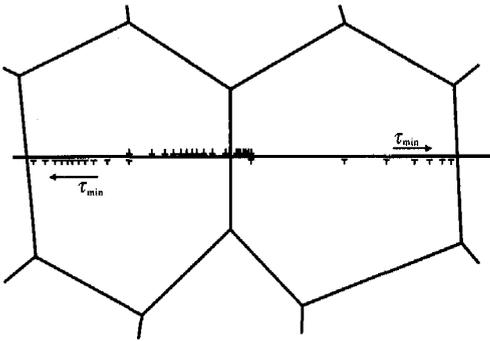


图4 疲劳短裂纹突破晶界时相邻晶粒位错源开动  
Fig.4 Short fatigue crack pass through the grain boundary and the dislocation source is activated in the neighborly grain

式(13)为在第一个晶粒中裂纹突破晶界需施加的远场平均应力  $\sigma_m(1)$  和应力幅  $\sigma_a(1)$  之间的关系,即材料的疲劳极限线图。

当  $\sigma_m(1)=0$  时,即承受对称循环疲劳载荷;当  $\sigma_a(1)=0$  时,即承受静载,可求解得

$$B(1) = \frac{\sigma_1 - \sigma_{-1}}{\sigma_1^2 + 3\sigma_{-1}^2},$$

$$D(1) = \frac{\sigma_1 \sigma_{-1} (\sigma_1 + 3\sigma_{-1})}{\sigma_1^2 + 3\sigma_{-1}^2}. \quad (14)$$

其中,  $\sigma_{-1}$  为对称循环载荷下的疲劳极限,  $\sigma_1$  为静载条件下的疲劳极限,可取材料的屈服强度  $\sigma_s$  或拉伸强度  $\sigma_b$ 。由式(14)确定的疲劳极限线图是一个双曲线,疲劳极限线图的有效区域在第一象限虚线内部分,如图5所示。与图2相比较,可以发现,双曲线形式的疲劳极限线图能够更好地描述平均应力的影响规律。

## 4 结论

通过建立一个循环应力下的疲劳短裂纹位错模

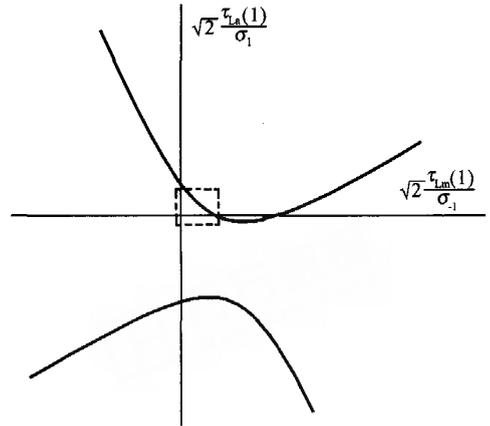


图5 双曲线形式的疲劳极限线图

Fig.5 A contour of fatigue limit in the form of hyperbola

型,并对应力循环过程中疲劳短裂纹损伤区与晶界的交互作用进行分析,确定了一个新的、双曲线形式的疲劳极限线图。该线图能更好地描述平均应力影响规律。

### 参考文献:

- [1] 赵少卞. 抗疲劳设计[M]. 北京:机械工业出版社,1994.
- [2] 徐灏. 机械设计手册[M]:第2卷.北京:机械工业出版社,1991.
- [3] 吕文阁. 钢的疲劳短裂纹扩展行为研究[J]. 广东工业大学学报,1999,16(3):22-26.
- [4] 吕文阁. 微观结构疲劳短裂纹生产行为的描述方法[J]. 广东工业大学学报,1999,16(3):9-13.
- [5] 吕文阁. 基于疲劳短裂纹行为的疲劳寿命估算方法[J]. 机械工程材料,2001,25(2):18-20.
- [6] 哈宽富. 金属力学性质的微观理论[M]. 北京:科学出版社,1983.

## The theoretical approach of contour of fatigue limit

LV Wen-ge, LI Jin, LUO Shao-ming

(Faculty of Electronmechanical Engineering, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510090, China)

**Abstract:** Fatigue strength design of components under loads of a mean stress was based on the contours of fatigue limit, these diagrams were determined by using regression to the experiment data. Using the theory of dislocation crack, this paper develops a model of continuous distribution of dislocations of short fatigue crack under loads of a mean stress upon a cyclic stress, the interaction between the damage zone of short fatigue crack and grain boundaries in cyclic periods is processed, and then a new contour of fatigue limit in the form of hyperbola is obtained.

**Key words:** short fatigue crack; dislocation model; contour of fatigue limit