

文章编号: 1003-7837(2001)01-0064-04

# 数学作图法在铸造技术中的应用\*

刘海林, 温洁嫦

(广东工业大学应用数学系, 广东 广州 510090)

**摘要:** 采用垂直分型等压等流量浇注系统铸造时, 经常要确定各层内浇口实际压头的值. 本文将3个方程转化为4个图形, 根据这4个图形, 可迅速查知三个实际压头的值, 代替了解方程组, 为实际操作带来了方便.

**关键词:** 铸造; 压头; 图解

**中图分类号:** TG244      **文献标识码:** A

在实际铸造中, 浇注系统一般都是一型多件, 铸件分布在不同水平面上. 使用传统的铸造技术往往出现下层铸件因压头过大而产生粘砂、毛刺等缺陷, 造成下层铸件较高的次品率. 大孔出流理论<sup>[1]</sup>提出一种新的铸造技术——垂直分型等压等流量浇注系统, 克服了上述缺点. 但在实际应用此技术时, 经常要从3个方程中确定3个实际压头的值, 这大大影响了生产进度, 且浇注过程中3个实际压头的值常随零件的不同而频繁变化, 这就需要频繁求解这3个方程. 这对一线工人来说是困难的, 同时不利于推广这种技术. 针对生产中的特殊要求, 我们成功地提出了一种简单易行的方法——作图法, 利用此图可以立即查出浇注铸件时首先需要知道的3个实际压头的值, 为一线工人在实际操作中带来了方便. 这种作图法已在黑龙江一家企业的挤压流水线上得到应用, 并取得了令人满意的效果.

## 1 模型及作图法

### 1.1 数学模型

根据连续流动原理<sup>[2]</sup>知道实际压头的值  $h_1, h_2, h_3$  应满足如下方程:

$$\mu_3 F_3 \sqrt{2gh_3} = \mu_{13} F_{13} \sqrt{2g(H_3 - h_3)}, \quad (1)$$

$$\mu_{12} F_{12} \sqrt{2g(H_2 - h_2)} = \mu_2 F_2 \sqrt{2gh_2} + \mu_3 F_3 \sqrt{2gh_3}, \quad (2)$$

$$\mu_{11} F_{11} \sqrt{2g(H_1 - h_1)} = \mu_1 F_1 \sqrt{2gh_1} + \mu_2 F_2 \sqrt{2gh_2} + \mu_3 F_3 \sqrt{2gh_3}, \quad (3)$$

式中:  $g$  表示铸件质量;  $\mu, \mu_i (i=1, 2, 3)$  表示不同位置的流量系数;  $F_i, F_{1i} (i=1, 2, 3)$  表示不同位置的内浇口断面积;  $H_i (i=1, 2, 3)$  表示不同位置金属液平均静压头. 以上这些量均为已知

收稿日期: 2000-12-28

\* 广东工业大学青年基金项目 (982034)

作者简介: 刘海林 (1963-), 男, 河南安阳人, 副教授, 在职博士研究生.

参数  $h_i (i=1, 2, 3)$  表示不同位置浇注过程中的实际压头, 是待求参数. 我们从实际问题考虑, 提出了一种求解这组实际压头值的简便、实用的方法——作图法.

### 1.2 计算 $h_3$ 的作图法

在方程(1)中, 令  $K_3 = \frac{\mu_{13}F_{13}}{\mu_2F_2}$ , 则方程(1)变为  $K_3 \sqrt{H_3 - h_3} = \sqrt{h_3}$ , 即

$$10K_3 \sqrt{H_3 - h_3} - 10 \sqrt{h_3} = 0. \tag{4}$$

将方程(4)写成行列式方程

$$\begin{vmatrix} 10K_3 & 10 & 1 \\ \sqrt{h_3} & \sqrt{H_3 - h_3} & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

此行列式为零, 表示平面上三点  $A(10K_3, 10), B(\sqrt{h_3}, \sqrt{H_3 - h_3}), O(0, 0)$  共线. 这时点  $A$  的横坐标  $x=10K_3$ , 纵坐标  $y=10$ . 对任意取定的  $K_3$ ,  $A$  点均在直线  $y=10$  上. 点  $B$  的横坐标  $x=\sqrt{h_3}$ , 纵坐标  $y=\sqrt{H_3 - h_3}$ . 因  $x^2 + y^2 = H_3$ , 所以点  $B$  在圆周  $x^2 + y^2 = H_3$  的第一象限部分上.  $O$  表示原点.

在给定  $K_3, H_3$  值后, 可分三步作图 1, 并查知  $\sqrt{h_3}$ . 具体如下:

(1) 由  $K_3$  的值求出  $10K_3$  的值, 找出相应的点  $A$ ; 由  $H_3$  的值导出  $\sqrt{H_3}$  的值, 确定出圆周曲线.

(2) 过  $A, O$  两点作直线, 该直线与确定出的圆周相交, 交点设为  $B$ .

(3) 过  $B$  点向下作垂线, 垂足设为  $C$ , 则  $C$  点横坐标即为  $\sqrt{h_3}$  的值.

由图 1 查出的仅是  $\sqrt{h_3}$  的值, 为得出  $h_3$  的值, 可由关系式  $\ln h_3 = 2 \ln \sqrt{h_3}$ , 在双对数坐标系下的网络图(图 2)查出. 这样在给定  $K_3, H_3$  的值后, 由图 1 和图 2 得知  $h_3$  的值.

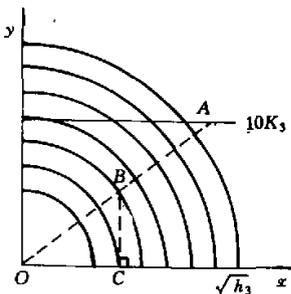


图 1 计算  $\sqrt{h_3}$  的图

Fig. 1 Graph for  $\sqrt{h_3}$  calculation

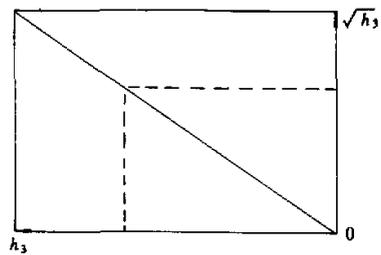


图 2 双对数坐标系下的网络图

Fig. 2 Network chart under bi-logarithmic coordinate system

### 1.3 计算 $h_2$ 的作图法

在方程(2)中, 等式两端同除以  $\sqrt{2g\mu_2F_2}$ , 并设

$$K_2 = \frac{\mu_{12}F_{12}}{\mu_2F_2}, \quad M_2 = \frac{\mu_{13}F_{13}}{\mu_2F_2} \sqrt{H_3 - h_3}, \quad K_{23} = \frac{\mu_{12}F_{12}}{\mu_{13}F_{13}}$$

则方程(2)变为

$$K_2 \sqrt{H_2 - h_2} = \sqrt{h_2} + M_2,$$

$$\text{其中: } M_2 = \frac{\mu_{13}F_{13}}{\mu_{12}F_{12}} \cdot \frac{\mu_{12}F_{12}}{\mu_2F_2} \cdot \sqrt{H_3 - h_3} = \frac{K_2}{K_{23}} \sqrt{H_3 - h_3} \quad (5)$$

在方程(5)中,引入中间变量  $A_2$ , 令

$$A_2 = K_2 \sqrt{H_3 - h_3}, \quad (6)$$

则

$$A_2 = M_2 \cdot K_{23}. \quad (7)$$

方程(6)和(7)的两端同时取对数得:

$$\ln A_2 = \frac{1}{2} \ln(H_3 - h_3) + \ln K_2, \quad (8)$$

$$\ln A_2 = \ln M_2 + \ln K_{23}. \quad (9)$$

在双对数坐标系下作出这两个方程的网络图(图3)。在图3中,由  $(H_3 - h_3)$  值向上引垂线

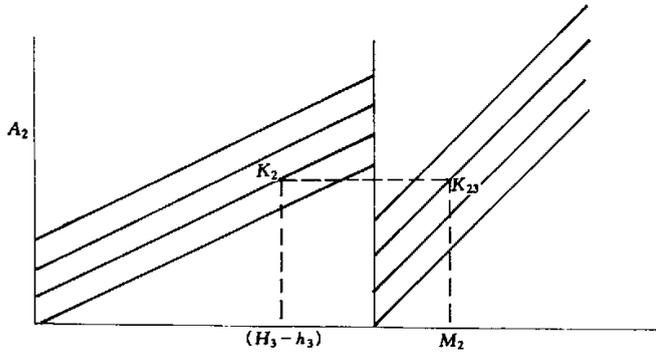


图3 计算  $M_2$  的图

Fig. 3 Graph for  $M_2$  calculation

交  $K_2$  后,再向右引水平线交  $K_{23}$ ,由  $K_{23}$  向下引垂线可得  $M_2$  值。确定  $M_2$  的值后,可进一步确定  $h_2$  的值。方程(5)可变成如下行列式方程:

$$\begin{vmatrix} -M_2 & 0 & 1 \\ 3K_2 - M_2 & 3 & 1 \\ \sqrt{h_2} & \sqrt{H_2 - h_2} & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

此行列式为零,表示三点  $P(-M_2, 0)$ ,  $Q(3K_2 - M_2, 3)$ ,  $R(\sqrt{h_2}, \sqrt{H_2 - h_2})$  共线,当任意给定  $M_2, K_2, H_2$  时,点  $P, Q, R$  分别在  $x$  轴、直线  $y = 3K_2 - M_2$ 、圆周  $x^2 + y^2 = H_2$  的第一象限部分上。由此性质可作图4,具体可分三步。

(1)由  $M_2$  的值确定出点  $P$ ,再由  $K_2$  的值计算出  $3K_2 - M_2$  的值,从而定出点  $Q$ ,最后根据

$\sqrt{H_2}$  的值定出相应的圆周曲线。

(2) 连接  $P, Q$  两点的直线与确定出的圆周相交, 交点记为  $R$ 。

(3) 由  $R$  点向下引垂线, 垂足为  $D$ , 则  $D$  的坐标即为  $\sqrt{h_2}$  的值,  $h_2$  的值可以通过  $\sqrt{h_2}$  的值在图 2 中查出。

### 1.4 计算 $h_1$ 的作图法

方程(3)可变为

$$\frac{\mu_{11}F_{11}}{\mu_1F_1} \sqrt{H_1 - h_1} = \sqrt{h_1} + \frac{\mu_{12}F_{12}}{\mu_{11}F_{11}} \cdot \frac{\mu_{11}F_{11}}{\mu_1F_1} \sqrt{H_2 - h_2} \quad (10)$$

设

$$K_1 = \frac{\mu_{11}F_{11}}{\mu_1F_1}, \quad K_{12} = \frac{\mu_{12}F_{12}}{\mu_{11}F_{11}}, \quad K_{13} = \frac{K_1}{K_{12}} \sqrt{H_2 - h_2}$$

则方程(10)可写成  $K_1 \sqrt{H_1 - h_1} = \sqrt{h_1} + M_1$ 。

计算  $h_1$  的作图法与计算  $h_2$  的作图法完全相同, 可根据图 3 和图 4 查出  $h_1$  的值。

## 2 结 论

本文示出 4 个图形, 采用垂直分型等压等流量浇注系统浇注铸件时, 使用这 4 个图形可以迅速查出三个实际压头的值  $h_1, h_2, h_3$ , 给一线工人实际操作带来了极大便利, 为推广垂直分型等压等流量浇注系统技术提供了帮助。

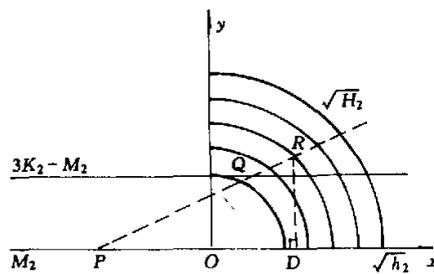


图 4 计算  $\sqrt{h_2}$  的图

Fig. 4 Graph for  $\sqrt{h_2}$  calculation

### 参考文献:

- [1] 袁森, 魏兵, 陈伟. 直浇道分直浇道内浇道系统大孔出流规律的研究(七)[J]. 铸造技术, 1992, (1), 40--42.
- [2] 陈克诚. 流体力学实验技术[M]. 北京: 机械工业出版社, 1983.

## Application of mathematical construction in casting technology

LIU Hai-lin, WEN Jie-chang

(Applied Mathematics Department, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510090, China)

**Abstract:** When vertically parting pressurized gating system is adopted in a casting process, it is usually required to calculate the actual pressure heads of ingates at different heights. In this paper, three relevant equations were transferred into four graphs from which three actual pressure heads can be obtained very quickly instead of making complicated calculations, thus facilitating the actual operation.

**Key words:** casting; pressure head; illustrations