

文章编号: 1003-7837(2000)01-0001-06

高梯度磁选数学模型及计算机模拟的研究(I)

向发柱

(广州有色金属研究院选矿工程研究所, 广东 广州 510651)

摘要: 利用物料守恒方程、捕集速率方程和夹杂速率方程建立了高梯度磁选过程的非线性动态模型, 通过捕集速率和夹杂参数把重要的给料特性和操作变量的作用包括在模型中。

关键词: 数学模型; 磁力选矿; 计算机模拟

中图分类号: TD924.1 **文献标识码:** A

随着矿物工程学的深入发展和计算机技术的广泛应用, 60年代开始逐步发展了数学模拟技术, 这种技术为选矿工程制定最合适的技术方案和操作条件, 设计、选择最合适的设备和流程创造了条件。所谓数学模拟就是在计算机上改变各种影响因素来对选矿过程进行模拟研究, 以揭示选矿过程的内在规律和研究各种因素对分选行为的作用和影响。这一技术的核心是选矿过程的数学模型。因此, 建立合理正确的数学模型, 是计算机技术在工业过程中得到成功应用的关键。

目前, 选矿数学模型在矿物解离、磨矿分级、粒度分离、浮选、矿业经济等几个方面研究较多, 而且比较成熟。最近几年, 重选数学模型的研究也得到了重视, 而磁选数学模型的研究并不多。随着高梯度磁选的发展, 磁选数学模型开始受到关注。

对于高梯度磁选, 我们试图建立机理模型。但是, 要建立一个包括一切精确模型, 不仅花费的精力太大, 而且有时会因为过于详尽而难以建立或求解。因此, 有必要寻找一些合理的假设来简化模型, 使其既具有足够的精度而计算工作又不致于太繁。根据这个原则, 我们以总体平衡概念为出发点, 运用守恒方程、捕集速率方程和夹杂速率方程建立了高梯度磁选过程的非线性动态模型。

1 物料特性的描述

高梯度磁选过程涉及的物料是一个粒群体系, 包含有不同粒度、不同磁性的颗粒。高梯度磁选过程中, 矿粒最重要的性质是粒度 d 和矿粒磁性(以比磁化率 χ 表示)。这些颗粒的性质具有分布性, 这种分布性可用特性分布密度函数 $f(d, \chi)$ 来表示, 即 $f(d, \chi)\Delta d\Delta\chi$ 表示粒度为 d 、磁性为 χ 的颗粒在给料中所占的体积分数。给入磁选机的矿浆浓度以单位体积矿浆中固体物料所占体积表示。设单位体积给矿矿浆中总的物料所占体积为 W , 则单位体积矿浆中具有性

质(d, χ)的颗粒所占体积为:

$$C_{d,\chi} = Wf(d, \chi) \Delta d \Delta \chi. \quad (1)$$

通过条件分布密度函数求得分布 $f(d, \chi)$,

$$f(d, \chi) = f(d/\chi) f(\chi) \quad (2)$$

式中, $f(d)$ 是高梯度磁选物料的粒度分布(体积分布); $f(\chi/d)$ 是粒度为 d 的物料中磁性为 χ 的颗粒分布(体积分布).

将上述分布离散化, 颗粒粒度分为 I 个粒级, 颗粒磁性分为 J 个级别, 则:

$$\begin{cases} f(d) = f(d_i); \\ f(\chi/d) = f(\chi_j/d_i), & i=1, \dots, I \quad j=1, \dots, J; \\ f(d, \chi) = f(d_i, \chi_j) = f(\chi_j/d_i) f(d_i). \end{cases} \quad (3)$$

式中, $f(d_i)$ 是高梯度磁选给料中粒度级别为 d_i 的物料所占的体积分数; $f(\chi_j/d_i)$ 是粒度级别为 d_i 的物料中磁性级别为 χ_j 的颗粒所占的体积分数; $f(d_i, \chi_j)$ 是给料中粒度级别为 d_i 、磁性级别为 χ_j 的物料所占的体积分数.

则单位体积给矿矿浆中粒度级别为 d_i 、磁性级别为 χ_j 的物料所占的体积为:

$$C_{i,j} = Wf(d_i, \chi_j) \quad (4)$$

2 物料守恒方程

高梯度磁选设备模型图如图 1 所示. 分选腔内充填有磁介质, 背景磁场方向与矿浆流动方向平行, 垂直于分选腔的横截面积. 由各个粒级、各个磁化率颗粒组成的悬浮体(矿浆)从磁选机给矿端以线速度 V_0 给入长度为 L 的磁选机, 磁性颗粒由于受到磁力作用而被捕集.

为方便起见, 与捕集过程有关的主要名词定义如下:

A ——磁选机分选腔的横切面积; L ——磁选机分选区长度; V_0 ——矿浆流速, 即矿浆流入磁选机的速度; $C_{ij}(x, t)$ ——矿浆浓度, 即在磁选机分选区 x 处、 t 时刻时, 单位体积矿浆中粒度级别为 d_i 、磁性级别为 χ_j 的物料所占的体积; $V_{ij}(x, t)$ ——捕集体积, 即在磁选机分选区 x 处、 t 时刻时, 单位体积中粒度级别为 d_i 、磁性级别为 χ_j 的物料的捕集体积; $V(x, t)$ ——捕集总体积, 即在磁选机分选区 x 处、 t 时刻时, 单位体积中各个粒度级别、各个磁性级别的物料的捕集体积之和; $D_{ij}(x, t)$ ——扩散系数, 即在磁选机分选区 x 处、 t 时刻时, 矿浆中粒度级别为 d_i 、磁性级别为 χ_j 的物料的扩散系数; ϵ_0 ——干净介质的孔隙率, $\epsilon_0 = 1 - F$, F 为介质的充填率; ϵ ——负载介质的孔隙率.

考虑离给矿端距离为 x 和 $x + \Delta x$ 之间微元体积中粒度级别为 d_i 、磁性级别为 χ_j 的物料组分的平衡, 单位时间该微元体积中累积量为:

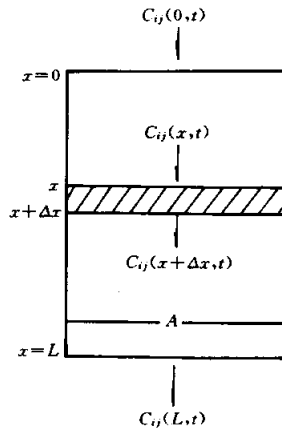


图 1 高梯度磁选设备模型图

Fig. 1 Model diagram of high gradient magnetic separator

$$\frac{\partial}{\partial t}[V_{ij}(x,t) + \epsilon C_{ij}(x,t)]A\Delta x,$$

单位时间进入该微元体积的量为:

$$(V_0/\epsilon)C_{ij}(x,t)\epsilon A,$$

单位时间由于扩散作用而离开该微元体积的量为:

$$D_{ij}(x,t)\frac{\partial C_{ij}(x,t)}{\partial x}\epsilon A,$$

单位时间离开该微元体积的量为:

$$[V_0/\epsilon + \frac{\partial(V_0/\epsilon)}{\partial x}\Delta x][C_{ij}(x,t) + \frac{\partial C_{ij}(x,t)}{\partial x}\Delta x]\epsilon A,$$

单位时间由于扩散作用而进入该微元体积的量为:

$$D_{ij}(x,t)\frac{\partial}{\partial x}[C_{ij}(x,t) + \frac{\partial C_{ij}(x,t)}{\partial x}\Delta x]\epsilon A.$$

根据微观总体平衡模型,

$$\text{微元体累积量} = \text{进微元体量} - \text{出微元体量} + \text{净生成量} \quad (5)$$

在磁选过程中,既没有粒度级别为 d_i 、磁性级别为 χ_j 物料的增值,也没有粒度级别为 d_i 、磁性级别为 χ_j 物料的损失,给定矿粒的性质是不随时间变化的,因此净生成量为零.于是可得如下物料质量守恒方程:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}[V_{ij}(x,t) + \epsilon C_{ij}(x,t)]A\Delta x &= V_0 C_{ij}(x,t)A - \\ & [V_0/\epsilon + \frac{\partial(V_0/\epsilon)}{\partial x}\Delta x][C_{ij}(x,t) + \frac{\partial C_{ij}(x,t)}{\partial x}\Delta x]\epsilon A + \\ & D_{ij}(x,t)\frac{\partial}{\partial x}[C_{ij}(x,t) + \frac{\partial C_{ij}(x,t)}{\partial x}\Delta x]\epsilon A - \\ & D_{ij}(x,t)\frac{\partial C_{ij}(x,t)}{\partial x}\epsilon A \end{aligned} \quad (6)$$

这就是所求的物料守恒方程.

为了简化该方程,便于计算,现进行如下假设:

(1)对于高梯度磁选,绝大多数矿粒直径大于 $1\mu\text{m}$,因此可忽略布朗扩散运动的影响,即假设 $D_{ij}=0$.

(2)负载介质的孔隙率可写成 $\epsilon = \epsilon_0 - V(x,t)$.在高梯度磁选的典型情况下,磁介质是用来分选矿浆中的微细粒物料的, $\epsilon_0 \gg V(x,t)$,因此可假设 ϵ 为一常数,即 $\epsilon = \epsilon_0$.

(3)当 Δx 取微小值时, $(\Delta x)^2$ 项可忽略不计.

因此,物料守恒方程可简化为:

$$\frac{\partial [V_{ij}(x,t) + \epsilon_0 C_{ij}(x,t)]}{\partial t} + V_0 \frac{\partial C_{ij}(x,t)}{\partial x} = 0 \quad (7)$$

流体通过磁选机需要一些时间,在整个磁选机中流体到达介质不同点的瞬间时刻也就不同,所以由式(8)引入位移时间 τ ^[1]是非常有用的.

$$\tau = t - x/V_0 \quad (8)$$

将式(8)代入式(7),物料守恒方程变为:

$$\frac{\partial V_{ij}(x,\tau)}{\partial \tau} + V_0 \frac{\partial C_{ij}(x,\tau)}{\partial x} = 0 \quad (9)$$

3 捕集速率方程

在一短時間间隔 $\Delta\tau$ 内,在磁选机断面 x 与 $x+\Delta x$ 之间(见图 2),粒度级别为 d_i 、磁性级别为 χ_j 物料捕集量的增加可表示为:

$$\frac{\partial V_{ij}(x, \tau)}{\partial \tau} \epsilon A \Delta x \Delta \tau = P_{ij} \epsilon A V_0 C_{ij}(x, \tau) \Delta \tau \quad (10)$$

式中, P_{ij} 为 Δx 长度时,粒度级别为 d_i 、磁性级别为 χ_j 物料的捕集机率。

由式(10)可得:

$$\frac{\partial V_{ij}(x, \tau)}{\partial \tau} = K_{ij} V_0 C_{ij}(x, \tau) \quad (11)$$

式中, $K_{ij} = P_{ij}/\Delta x$, 为单位长度时磁介质对粒度级别为 d_i 、磁性级别为 χ_j 物料颗粒的捕集机率。式(11)就是捕集速率动力学方程。式中,单位长度时粒度级别为 d_i 、磁性级别为 χ_j 物料颗粒的捕集机率 K_{ij} 与选别时间(或捕集状态)和分选操作条件有关,不同的试验条件下有不同的值,需根据试验来确定。

在一定的试验条件下,对于粒度级别为 d_i 、磁性级别为 χ_j 的颗粒,在磁介质周围所受的磁力与竞争力达到平衡时,存在一临界曲面。在曲面外,竞争力大于磁力,粒度级别为 d_i 、磁性级别为 χ_j 的颗粒不能被捕集;在曲面内,竞争力小于磁力,粒度级别为 d_i 、磁性级别为 χ_j 的颗粒能被捕集。这一临界曲面决定了粒度级别为 d_i 、磁性级别为 χ_j 颗粒的饱和捕集体积,设在磁选机分选区 x 处单位体积中的饱和捕集体积为 T_{ij} 。需要说明的是,由于钢板网磁介质在分选空间中规则排列,因而,在均一的背景磁场下,可以认为磁介质各处的磁场分布是相同的。所以,在一定的试验条件下,可以认为磁选机分选区各处的饱和捕集体积 T_{ij} 为一常数。

粒度级别为 d_i 、磁性级别为 χ_j 物料的捕集机率 K_{ij} 与选别时间(或捕集状态)的关系可以这样描述:在初始状态,磁介质捕集量为零,其捕集空间区域大,捕集点多,此时捕集机率最大,为 K_0 ;随着捕集时间的增加,捕集量增大,捕集体积增大,捕集空间区域逐渐减小,捕集点和捕集机率也逐渐减小,直到饱和捕集体积 L_{ij} ,此时捕集机率降为零。

实际上,在 τ 时刻,磁选机分选区 x 处单位体积中磁介质捕集体积 $V(x, \tau)$ 为各个粒级、各个磁性级别颗粒的捕集体积之和,即:

$$V(x, \tau) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J V_{ij}(x, \tau) \quad (12)$$

各个粒级、磁性级别颗粒捕集时,它们的堆积、排列是很复杂的。不同捕集点的捕集颗粒的充填分数(或充填密度)是不一样的。为方便起见,假设各处都具有相同的充填分数 β 。则对于粒度级别为 d_i 、磁性级别为 χ_j 的颗粒,实际的饱和捕集体积 V_{Tij} 可表示为:

$$V_{Tij} = \beta T_{ij} \quad (13)$$

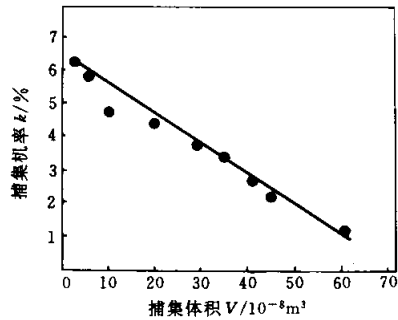


图 2 捕集体积对捕集机率的影响

Fig. 2 Effect of capture volume on capture probability

假设捕集机率与捕集空间区域成正比,即:

$$K_{ij} \propto \left(\frac{V_{Tij}}{\beta} - \frac{V(x, \tau)}{\beta} \right) \propto \left(1 - \frac{V(x, \tau)}{V_{Tij}} \right), \quad (14)$$

则捕集机率可表示为:

$$K_{ij} = K0_{ij} \left(1 - \frac{V(x, \tau)}{V_{Tij}} \right). \quad (15)$$

在典型的试验条件下,该假设的合理性可由图2所示的试验结果予以证明.该图是在微元体积(分选腔横切面积为 $4.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2$,分选高度为 $4.0 \times 10^{-3} \text{ m}$ 的空间)内,在磁感应强度为 0.9 T ,流速为 5 cm/s ,给矿矿浆浓度为 0.685% (体积分数),以 $0.075 \sim 0.053 \text{ mm}$ 级别的纯黑钨矿为给矿条件的试验结果.由该图可以看出捕集机率与捕集体积呈线性关系,这表明上述假设是合理的.将式(15)代入式(11),可得捕集速率方程为:

$$\frac{\partial V_{ij}(x, \tau)}{\partial t} = K0_{ij} \left(1 - \frac{V(x, \tau)}{V_{Tij}} \right) V_0 C_{ij}(x, \tau), \quad V_{ij} > V(x, \tau) \quad (16)$$

4 夹杂速率方程

由于捕集磁性颗粒时,存在非磁性颗粒的夹杂.对于非磁性颗粒的夹杂,我们提出了以下两点假设:

(1)非磁性颗粒夹杂的概率与磁性颗粒的含量有关.磁性颗粒的含量越多,夹杂的概率越大.假设非磁性颗粒的夹杂概率与磁性颗粒的含量成正比.

(2)只有捕集磁性颗粒时,才有可能存在非磁性颗粒夹杂.在所有能被捕集的磁性颗粒中并不是所有的颗粒都被捕集,只有一部分被捕集.因此非磁性颗粒的夹杂概率又与磁性颗粒中捕集的相对量成正比.

在这里磁性颗粒是指所有能被捕集的颗粒.设在 τ 时刻、磁选机分选区 x 处单位体积中磁介质捕集体积为 $V(x, \tau)$,如果某一粒度级别为 d_i 、磁性级别为 χ_j 颗粒的饱和捕集体积 V_{Tij} 小于或等于 $V(x, \tau)$,那么该级别颗粒不可能被捕集,此时我们把该粒级颗粒作为非磁性颗粒处理.如果粒度级别为 d_m 、磁性级别为 χ_n 颗粒的饱和捕集体积 V_{Tmn} 大于 $V(x, \tau)$,那么该级别颗粒能被捕集,此时我们把该粒级颗粒作为磁性颗粒.

在磁选机分选区 x 处,单位时间和单位体积内所有通过的磁性颗粒的体积之和为 $\sum V_0 \cdot C_{mn}(x, \tau)$,此时捕集的磁性颗粒体积为 $\sum K0_{mn} [1 - \frac{V(x, \tau)}{V_{Tmn}}] V_0 C_{mn}(x, \tau)$.因此,此时矿浆中磁性颗粒的含量 θ 和磁性颗粒中捕集的相对量 φ 可分别表示为:

$$\theta = \frac{\sum_i \sum_j V_0 C_{mn}(x, \tau)}{\sum_{i=1} \sum_{j=1} V_0 C_{ij}(x, \tau)}, \quad (17)$$

$$\varphi = \frac{\sum K0_{mn} [1 - \frac{V(x, \tau)}{V_{Tmn}}] V_0 C_{mn}(x, \tau)}{\sum V_0 C_{mn}(x, \tau)}. \quad (18)$$

因而,在 τ 时刻、磁选机分选区 x 处单位体积中,粒度级别为 d_i 、磁性级别为 χ_j 颗粒的饱和捕集体积 V_{Tij} 小于或等于 $V(x, \tau)$ 时,该粒级颗粒的夹杂概率为:

$$e = k\theta\varphi = \frac{k \sum_{m=1}^I K_{0mn} \left[1 - \frac{V(x, \tau)}{V_{Tmn}}\right] V_0 C_{mn}(x, t)}{\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J V_0 C_{ij}(x, \tau)}, \quad (19)$$

式中, e 为非磁性颗粒的夹杂概率; k 为夹杂参数(与物料性质和试验操作条件有关)。

因此, 当粒度级别为 d_i 、磁性级别为 χ_j 颗粒的饱和捕集体积 V_{Tij} 小于或等于 $V(x, \tau)$ 时, 在 τ 时刻、磁选机分选区 x 处单位体积中, 粒度级别为 d_i 、磁性级别为 χ_j 颗粒的变化率可表示为:

$$\frac{\partial V_{ij}(x, \tau)}{\partial t} = e V_0 C_{ij}(x, \tau), \quad (20)$$

这就是所求的夹杂速率方程。将上述公式综合起来, 则得:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial V_{ij}(x, \tau)}{\partial \tau} + V_0 \frac{\partial C_{ij}(x, \tau)}{\partial x} = 0; \\ \frac{\partial V_{ij}(x, \tau)}{\partial \tau} = K_{0ij} \left(1 - \frac{V(x, \tau)}{V_{Tij}}\right) V_0 C_{ij}(x, \tau), \quad V_{Tij} > V(x, \tau); \\ \frac{\partial V_{ij}(x, \tau)}{\partial \tau} = e V_0 C_{ij}(x, \tau), \quad (V_{Tij} \leq V(x, \tau)); \\ V(x, \tau) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J V_{ij}(x, \tau); \\ e = \frac{k \sum_{m=1}^I K_{0mn} \left[1 - \frac{V(x, \tau)}{V_{Tmn}}\right] V_0 C_{mn}(x, t)}{\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J V_0 C_{ij}(x, \tau)}, \quad V_{Tmn} > V(x, \tau). \end{array} \right. \quad (21)$$

至此, 式(21)就是建立的描述高梯度磁选过程的非线性动态模型。

建立模型后, 利用有限差分法、龙格-库塔法等数值方法对模型进行了数值求解, 估计出了模型的参数, 并对模型进行了验证和计算机模拟研究, 这些内容将在第二部分介绍。

5 结 论

运用守恒定律和两个辅助方程(捕集速率方程和夹杂速率方程)建立了高梯度磁选过程的非线性动态模型。影响高梯度磁选的重要因素——颗粒粒度、颗粒磁性、磁感应强度、矿浆流速、矿浆浓度等已通过捕集机率与夹杂参数包括在模型中。

参考文献:

- [1] Gerber R, Birss R R. 刘永之译. 高梯度磁力分离[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1987. 83—84.

Mathematical model of high gradient magnetic separation and its computer simulation (I)

XIANG Fa-zhu

(Department of Mineral Processing Engineering under

Guangzhou Research Institute of Non-Ferrous Metals, Guangzhou 510651, China)

Abstract: A nonlinear dynamic model has been established for high gradient magnetic separation process by the use of material conservation equation, capture rate equation and inclusion rate equation. Through capture rate and inclusion parameter, the functions of important feeding characteristics and operation variables are included in the model.

Key words: mathematical models; magnetic separation; computer simulation